

QuaMMELOT



Fra aritmetik til algebraiske udtryk

Et uddannelsesmæssigt forløb med henblik på undervisningen af 15-årige elever i en almindelig klasse med nyankommne, udenlandske elever

Forløbet er lavet til undervisning og læring af matematik i en almindelig klasse med nyankommne, udenlandske elever (flygtninge eller immigranter, hvis modersmål er et af de følgende: arabisk, farsi, kurdisk, tyrkisk, urdu), hvor de bliver undervist i:

- en specialklasse: værtslandets sprog som fremmedsprog i 15 undervisningstimer om ugen
- en specialklasse: andre fag, inklusiv matematik, fra værtslandets pensum i 20 undervisningstimer om ugen.




Før..... "Sprogundervisningen"


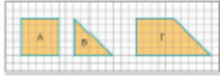
Matematiklæreren og sproglæreren, som sammen har specialundervisning med brugen af en speciel ordbog, underviser de nyankommne, udenlandske elever i de grundlæggende ord og begreber, som er nødvendige for at kunne følge med i den forestående matematiktime. I løbet af specialundervisningen foretager lærerne "samarbejdende undervisning" (co-teaching). Ideelt set, deltager deres klassekammerater fra den "almindelige" klasse i sprogundervisningen.

a. Udarbejdelsen af min selv-fremstillede ordbog

Lærerne udleverer den nedenstående tabel til deres elever og med hjælp fra den matematiske ordbog, som de allerede har til rådighed, skal de færdiggøre tabellen med de ord, som er tilsvarende på deres modersmål. Eleverne skal arbejde sammen i grupper på 3-4 personer. Vi foreslår, at alle grupper består af elever, som snakker forskellige sprog, så de kan få en chance for at dele deres forskellige oplevelser.

	Greek: (lexiko) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΛΕΞΙΚΟ λεξικό dictionary
	Greek: (arithmos) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΑΡΙΘΜΟΣ Αριθμός number
	Greek: (sin) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΣΥΝ συν-πρόσθεσε plus-add
	Greek: (plin) English: Arabic:	ΠΛΗΝ Πλην-αφαίρεσε minus-substract

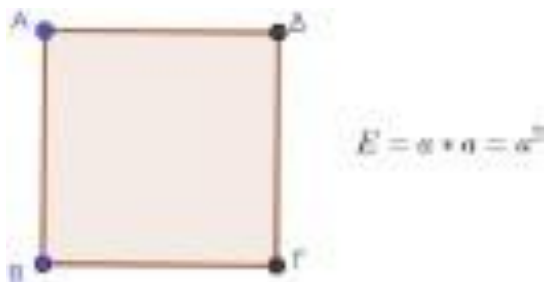
	Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	
	Greek: (epi) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΕΠΙ Επί-πολλαπλασίασε times-multiply
	Greek: (dia) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΔΙΑ Διά-διαίρεσε by -divide
	Greek: (tetragono) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ τετράγωνο square

	Greek: (orthogonio) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΟΡΘΩΓΩΝΙΟ ορθογώνιο rectangle
	Greek: (emvadon) English: Arabic: Urdu: Turkish: Kurdish: Farsi:	ΕΜΒΑΔΟΝ εμβαδόν area

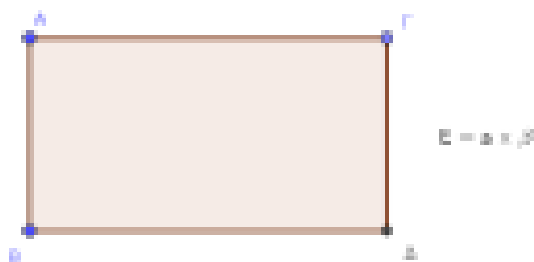
b. Den matematiske ordbog

Når eleverne har færdiggjort deres ordbog, skal de to lærere prøve at danne sig et indtryk af om, eleverne ved noget om de nedenstående geometriske objekter. Hvis ikke, skal de med eksempler hjælpe dem med at finde "de åbenlyse egenskaber".

1. firkant/arealet af en firkant



2. rektangel/arealet af en rektangel



Efter at have færdiggjort denne lektion skal eleverne være i stand til:

- At have deres egen del af ordbogen færdiggjort
- At genkende de tilsvarende danske ord
- At skelne mellem firkantens og rektanglets dimension, samt forhåbentligt være i stand til at udregne deres areal.
- At videreformidle deres relevante erfaringer fra deres hjemlands uddannelsessystem.

"Matematikundervisningen"

Efter specialundervisningen skal de to lærere snakke om, hvordan de skal arbejde i matematiktimen. Ud fra elevernes reaktion på den første undervisningstime skal lærerene planlægge matematikundervisningen.

Fra aritmetik til algebraiske udtryk

Tid: to undervisningstimer

Målet for alle elever:

Efter at have færdiggjort undervisningstimen skal eleverne være i stand til:

- At have kendskab til identiteter i algebraiske udtryk og være i stand til at præsentere dem geometrisk.
- Til en hvis grad forstå og uddybe forholdet mellem aritmetik, algebra og geometri
- Generalisere og overføre deres læring til andre emner og kontekster
- Drage sammenhæng mellem repræsentationer og udvikle nye mentale billeder over koncepter.

Klasserumsstyring

Eleverne arbejder sammen i grupper af 3-4 personer.

Påkrævet materiale

- Et spil kort, hvor der også er blanke kort imellem
- Tuscher
- En plakat, sakse, lim
- En lommeregner

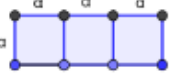
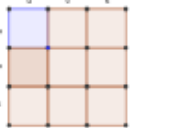
Tidligere viden

Eleverne bør være bekendte med

- Grundlæggende symboler som +,-,*(gange),/(division),=
- De tilsvarende basale arbejdsprocesser
- Udregning af arealet af en firkant og en rektangel

Implementering

De to lærere skal samarbejde og bede deres elever arbejde i selvvalgte grupper. De skal udlevere et sæt kort, som vist nedenfor, og bede dem klistre kortene på en plakat og anbringe dem i rækker. Hver række skal bestå af en repræsentation af det 'samme' algebraiske udtryk (verbalt, geometrisk, tabel, ligheder). Hvis de ikke kan finde et passende kort, kan de bruge tuschen til at skrive det, som de mangler på et blankt kort. Ordbøger og lommeregner er til brug for eleverne.

$3\alpha \cdot a$		Πολλαπλασίασε με 3 το τετράγωνο του α	<table> <tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>απάντησε</td><td>9</td><td></td><td></td><td>144</td></tr> </table>	α	1	2	3	4	απάντησε	9			144	
α	1	2	3	4										
απάντησε	9			144										
	$(3\alpha)^2$		<table> <tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>απάντησε</td><td>3</td><td>12</td><td>27</td><td>48</td></tr> </table>	α	1	2	3	4	απάντησε	3	12	27	48	
α	1	2	3	4										
απάντησε	3	12	27	48										
$3 \cdot \alpha^2$		πολλαπλασίασε το 3 με α και ύψωσέ το στο τετράγωνο ή Ύψωσε το τριπλάσιο του α στο τετράγωνο	<table> <tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>απάντησε</td><td></td><td></td><td>81</td><td></td></tr> </table>	α	1	2	3	4	απάντησε			81		
α	1	2	3	4										
απάντησε			81											
	$9 \cdot \alpha^2$		<table> <tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>απάντησε</td><td></td><td>12</td><td></td><td></td></tr> </table>	α	1	2	3	4	απάντησε		12			
α	1	2	3	4										
απάντησε		12												

Den færdiggjorte plakat (svaret)

$(3\alpha)^2$	πολλαπλασίασε το 3 με α και ύψωσέ το στο τετράγωνο ή Ύψωσε το τριπλάσιο του α στο τετράγωνο	<table><tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>απάντησε</td><td>9</td><td>36</td><td>81</td><td>144</td></tr></table>	α	1	2	3	4	απάντησε	9	36	81	144	
α	1	2	3	4									
απάντησε	9	36	81	144									
$3 \cdot \alpha^2$	Τριπλασίασε το τετράγωνο του α	<table><tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>απάντησε</td><td>3</td><td>12</td><td>27</td><td>48</td></tr></table>	α	1	2	3	4	απάντησε	3	12	27	48	
α	1	2	3	4									
απάντησε	3	12	27	48									
$9 \cdot \alpha^2$	Πολλαπλασίασε με 9 το τετράγωνο του α	<table><tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>απάντησε</td><td>9</td><td>36</td><td>81</td><td>144</td></tr></table>	α	1	2	3	4	απάντησε	9	36	81	144	
α	1	2	3	4									
απάντησε	9	36	81	144									
$3\alpha \cdot \alpha$	Πολλαπλασίασε το 3α με το α	<table><tr><td>α</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>απάντησε</td><td>3</td><td>12</td><td>27</td><td>48</td></tr></table>	α	1	2	3	4	απάντησε	3	12	27	48	
α	1	2	3	4									
απάντησε	3	12	27	48									

Når eleverne er færdige, limer de kortene fast på deres plakat og skriver navnene på gruppemedlemmerne på. De skal angive, hvilket arbejde de hver især har lavet. Til sidst hænger de plakaterne op på væggen og sammenligner svarene med de andre. De skal prøve at finde ligheder og diskutere forskellene.

Merværdi:

- Deltagelse, inklusion og empati
- Bygger ovenpå tidligere viden
- Skaber en delvist selv-fremstillet liste, der kan refereres til
- Indholds- og sprogintegreret læring
- Aktiv læring
- Samarbejdende læring og undervisning
- Differentieret læring

Den teoretiske ramme for forløbet

Baseret på relevant research, er det ovenstående undervisningsforløb skabt og tilpasset de omstændigheder, som græske lærere er forpligtet til at undervise under. Det er et eksempel på en klasserumsopgave, som stræber efter at hjælpe lærere med at skabe deres egen. Ud fra vores perspektiv, findes der ikke nogen teori til at producere "to do"-uddannelsesmateriale, selv hvis det var ønsket, pga. niveauet af diversitet i det græske klasserum.

Vores udgangspunkt var at give alle studerende, uanset om de blev i landet eller senere hen ville rejse, uddannelse baseret på principperne om racemæssig og kulturel lighed og en forpligtigelse til deltagelse i et demokratiske samfund. Efter 25 års research om tosproget uddannelse fandt Cummins (2000) et behov for en 'transformerende/interkulturel pædagogik' rettet mod sprogminoritetsstuderende, hvor elevernes sprog og kognitive formåen er involveret i læringsprocessen, og hvor elevernes identitet bekræftes, hvilket også inkluderer resten af

eleverne. Vi tog højde for problemstillingerne i forbindelse med den essentielle rolle, som matematik spiller. Ikke kun i det græske pensum og skolesamfund, men over hele verden. D'ambrosio (2017,2015) ser matematik som ryggraden af civilisationen - som grundlaget for videnskaben og teknologien. Mange forældre bruger mange penge på lektiehjælp og har høje, ofte urealistiske, forventninger til deres børns resultater i matematik. På trods af matematiklærerens indsats, er elever, især på deres sidste skoleår, ikke i stand til at møde pensumkravene. Matematikken viser sig derfor som en disciplin for få og tager problemstillingen om social retfærdighed op (Ernest 2007).

Nyankommne, udenlandske elever medbringer yderligere en udfordring til lærerene, som allerede kæmper med at klare opgaven med disse bias. Lærerene bliver ofte anklaget for at have meget stereotype holdninger til deres elevers evner til at lære matematik og for af den grund at tilbyde et pensum på lavere niveau (Matthews et al. 2005).

Vi startede derfor med at planlægge et uddannelsesmæssigt forløb rettet mod rigtig undervisning i Grækenland, samtidigt med at vi tog højde for at det skulle være anvendeligt for alle elever. Hvis muligt, skulle alle elever kunne se det som meningsfuldt, menneskeligt, finurligt og interessant ved brugen af "matematiske repræsentationer" (Wood et al. 2007).

Vi var nødt til at overveje opfattelsen af formålene med matematisk uddannelse og undervisning af matematik fra det græske pensum i forhold til "matematiske repræsentationer" (FEK 162/22-01-2015, side 12):

"To be familiar with an effective use of the language and tools of Mathematics

Representations of concepts, processes and relations.

This ability includes the understanding of the ways different kinds of representations in Mathematics are used and connected (spoken language, symbols, images, diagrams, tables), the recognition of the advantages and constrictions and the flexibility of choice the proper representation for the demands of the problem-to be solved. In Upper High School we usually talk about arithmetic, geometric, graph, algebraic and verbal representations or for software representations. It is essential for the students to be familiar with the different representations, each of which will also illuminate different aspects of the mathematical concept or process."

Derefter var vi nødt til at kigge efter værktøjer, som var anvendt i andre relevante situationer. Vi trak på research af interkulturel og flersproget uddannelse, inklusiv uddannelse til elever med særlige behov, samt general matematikuddannelse. Hovedsagligt viste fire værktøjer sig at være ens og meget behjælpelige:

1. Content Language Integrated Learning (kendt som CLIL), hvilket er et paraplybegreb for fordybelses-, indholds-baseret og tosproget uddannelsesprogrammer i Amerika, Europa og Asien. Navés T. (2009) kommer til den konklusion, at effektive CLIL-programmer deler ti fælles karakteristika. Vi har prøvet at stille os tilfreds under de givne omstændigheder:

- (1) Respekt og støtte til elevens modersmål og kultur
- (2) Kompetente tosprogede lærere, dvs. lærere, som er dygtige inden for undervisning og som er bekendte med en af elevernes modersmål.
- (3) Mainstream valgfrie kurser
- (4) Længerevarende, stabile programtilrettelæggere og undervisningspersonale
- (5) Forældrenes støtte af programmet
- (6) Uddannelsesmæssige autoriteters, administratorers og læreres samarbejde og lederskab
- (7) Kvalificerede lærere inden for både indhold og sprog
- (8) Høje undervisningsforventninger og -standarder
- (9) Adgang til kvalitetsmæssig CLIL-undervisningsmateriale
- (10) CLIL metodologi implementeret på behørigt vis

Vores forløb prøver at møde disse karakteristika:

- (1) Grundet høj diversitet er der, for nu, ikke nogen mulighed for at have tosprogede undervisere til de nyankommne, udenlandske elever. Men med dette forløb bliver eleverne bedt om at videreformidle deres modersmål ved at skrive det ned og dele det med resten af klassen.
- (2) (7) vi foreslår samarbejdende undervisning mellem sprog- og matematiklærere.
- (3) (8) det er en del af pensummet, og de arbejder alle sammen.

(6) der er et forsøg på at møde dette

(4) (5), (9), (10) er taget til overvejelse

2. Differentieret undervisning og læring

Både specialundervisningen og den almindelige undervisning rettes mod blandede klasser.

Inden for de sidste 30 år er ideen om undervisningsdifferentiering, "the artful teaching", blevet udviklet, hvilket betragtes ud fra en læringstrekanter (læreren, børnene og "the stuff"). Læreren Tomlinson (1999) er en af hovedmændene bag denne ide. Vi ønsker en lærer, som ikke går ud fra "opskrifter", men som derimod ændrer på listen, reviderer den, tilføjer til den og anvender det fra den, som han finder passende. Læreren, som altid har principperne omkring undervisningsdifferentiering in mente, især når han/hun underviser og som:

- (1) Værdsætter hvert barn som et individ
- (2) Husker at undervise 'hele' børn
- (3) Fortsætter med at udvikle ekspertise
- (4) Stræber efter glædende læring
- (5) Tilbyder høje forventninger – og mange trinstiger
- (6) Deler undervisningen med eleverne
- (7) Hjælper eleverne til selv at danne deres egne ideer
- (8) Høje undervisningsforventninger og –standarder
- (9) Stræber efter elevernes selvstændighed
- (10) Ser i højere grad disciplin som tilsløret end som åbenlys
- (11) Bruger positiv energi og humor

3. Samarbejdende læring

En lærer, som den beskrevet før, vil i et differentieret klasserum tage sig af det andet hjørne i trekanten - den studerende. Swan M. (2006), som inspirerede os i arbejdet med opgaven,

pointerer, at samarbejdende læringsmetoder fremmer robust og omsættelig læring, som overlever over tid eller som kan anvendes i ikke-rutine situationer. Begrundelsen er baseret på den viden, som eleverne allerede har, og måden, hvorpå de eksponerer og diskuterer fælles misforståelser, samt skaber forbindelser mellem emner. Gennem gruppearbejde deler eleverne endvidere deres oplevelser, deres forskelligheder, lærer af hinanden og videreformidler deres 'fund' med resten af klassen. Derfor synes peer-læring at være en del af Cummins' 'transformerende/interkulturel pædagogik'.

4. Samarbejdende undervisning (co-teaching)

Vi foreslår samarbejdende undervisning, som en måde:

- (1) at yde service overfor nyankommne, udenlandske elever som en del af en filosofi omkring inkluderende praksisser i vores blandede klasser
- (2) at give ALLE elever mulighed for at modtage forbedret undervisning. Dette inkluderer elever, som er akademisk begavede, elever med middelevner, elever, som er i fare for at dumpe, elever med særlige behov, lige så vel som nyankommne, udenlandske elever.

Det er også vigtigt for eleverne, der skal samarbejde, at se deres undervisere som et billede på samfundet og derfor se dem hjælpe hinanden og interagere for at få bedre resultater. Et aktivt fællesskab, som accepterer hinanden og som motivere hinanden til at indgå i diskussioner og forklaringer af ideer. Et fællesskab, som udfordrer og underviser hinanden ved at stille og besvare hinandens spørgsmål, og som samarbejder for at dele metoder og resultater.

Referencer

1. Anonymous (n.d.) Teaching Maths Through English. A CLIL Approach. Cambridge : Cambridge ESOL, University of Cambridge.
2. Cook, L., & Friend, M. (2004, April). Co-Teaching: Principles, Practices, and Pragmatics, Paper presented at the quarterly meeting of the New Mexico Public Education Department Special Education Meeting, Albuquerque, NM.

3. Cook, L. & Friend, M. (2010). The state of the art of collaboration on behalf of students with disabilities. *Journal of Educational and Psychological Consultation*, 20, 1-8.
4. Cummins, J.(2000): Language, power, and pedagogy. Bilingual children in the crossfire. Clevedon, England: Multilingual Matters
5. Ernest, P. (2007). Why social justice. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 21. Retrieved from <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome21/index.htm>
6. Greek Curriculum of Mathematics for Upper Secondary Education Greek Government Newspaper N. 162/22-01-2015 (FEK 162/22-01-2015)
7. Leigh N. Wood , Sadhbh Joyce , Peter Petocz & Melissa Rodd (2007) Learning in lectures: multiple representations, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38:7, 907-915
8. Matthews, C., Watego, L., Cooper, T. J., & Baturo, A. R. (2005). Does mathematics education in Australia devalue Indigenous culture? Indigenous perspectives and non-Indigenous reflections. In P. Clarkson, A. Downtown, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 513–520). Melbourne, Vic.: University of Melbourne.
9. Navés T. (2009) Effective Content and Language Integrated Learning (CLIL) Programmes in Ruiz de Zarobe, Yolanda, and Rosa M. Jiménez Catalán, eds. 2009. *Content and language Integrated learning; evidence from research in Europe. (Second Language Acquisition–SLA)*. Bristol: Multilingual Matters
10. Swan, M. (2006). Collaborative Learning in Mathematics: A Challenge to our Beliefs and Practices. London: National Institute for Advanced and Continuing Education (NIACE); National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC)
11. Thom, R. (1973). Modern mathematics: does it exist? In A.G. Howson (Ed.), *Developments in Mathematics Education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press, 194-209.
12. Warren E. and Miller J., (2016) *Mathematics at the Margins*, Springer Briefs in Education, DOI 10.1007/978-981-10-0703-3_1
13. *Wolfram Conrad*: The UK needs a revolution in the way maths is taught. Here's why... *The Guardian* (23-02-2014)

14. Teaching Maths through English-A CLIL Approach

15. Tomlinson, C. (1999). The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners.

Alexandria, VA: ASCD